

Maróthi György Emlékverseny, 2022. október 28. – november 30.

– Versenykiírás –

Alapvető tudnivalók

Ezúton tájékoztatjuk az érdeklődőket, hogy a Debreceni Egyetem Matematikai Intézete és a Matematikus Tudományos Diákkör versenyt hirdet azon hallgatók számára, akik a 2022/2023-as tanév őszi szemeszterében a Debreceni Egyetem első- vagy másodéves B.Sc., illetve osztatlan tanárképzésében vesznek részt. A verseny egyéni, külön nevezést nem igényel és a középiskolás anyagra támaszkodik; a feladatsor kidolgozására a fejlécben megjelölt időszak áll rendelkezésre. A feladatsort 2022. október 28-án délben tesszük hozzáférhetővé az Intézet honlapján:

<https://math.unideb.hu/>

Elérés: Hallgatóknak » Tehetséggondozás » Versenyek » Maróthi György Emlékverseny

Szervezők

<i>dr. Boros Zoltán</i>	<i>(Matematikai Intézet TDK felelőse, Analízis Tanszék)</i>
<i>dr. Bessenyei Mihály</i>	<i>(Verseny titkára, Analízis Tanszék)</i>
<i>dr. Hajdu Lajos</i>	<i>(Algebra és Számelmélet Tanszék)</i>
<i>dr. Kovács Zoltán</i>	<i>(Geometria Tanszék)</i>
<i>dr. Lovas Rezső</i>	<i>(Analízis Tanszék)</i>
<i>Papp Ágoston</i>	<i>(Algebra és Számelmélet Tanszék)</i>

Formai elvárások

Az új feladatokat új lapra kezdje kidolgozni. Kérjük, minden lapon tüntesse föl nevét, szakját, évfolyamát, neptun kódját és az aktuális feladat sorszámát. Törekedjen az áttekinthető, jól olvasható írásra, világos fogalmazásra. A kézzel kidolgozott munkát jól olvasható pdf állomány formájában küldje el Boros Zoltán és Bessenyei Mihály drótposta címére:

`zboros@science.unideb.hu` és `besse@science.unideb.hu`.

Beadási határidő: 2022. november 30. (szerda), 12.00.

Etikai elvárások

A feladatok megoldásához bármilyen irodalom fölhasználható a forrás pontos föltüntetése mellett. A verseny egyéni munkát föltételez. Amennyiben a másokkal való együttműködés illetve közös munka ténye megállapítást nyer, az érintettet vagy érintetteket kizárjuk a versenytől.

Az eredményekről értesítést küldünk.

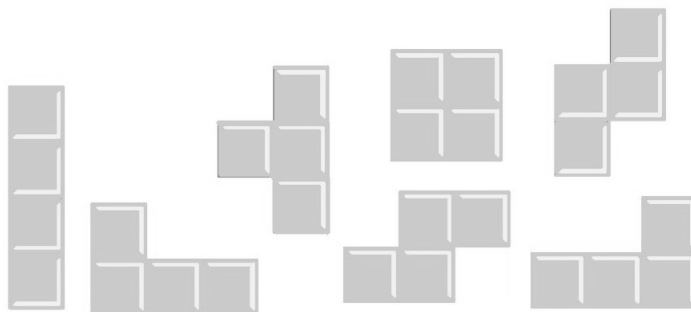
Maróthi György Emlékverseny, 2022. október 28. – november 30.

– Feladatsor –

1. feladat. Legyen $f(n) = n^2 + 13n + 42$ és $g(n) = n^3 + 2n^2 - 3n$. Bizonyítsa be, hogy bármilyen $n \in \mathbb{N}$ esetén $f(n)$ és $g(n)$ legalább egyikének 10-es számrendszerbeli alakja 0-ra végződik!

(Javasolta: Hajdu Lajos)

2. feladat. Fel lehet-e vágni a 4×7 méretű (egységnégyzetekből álló) négyzetrácsot az



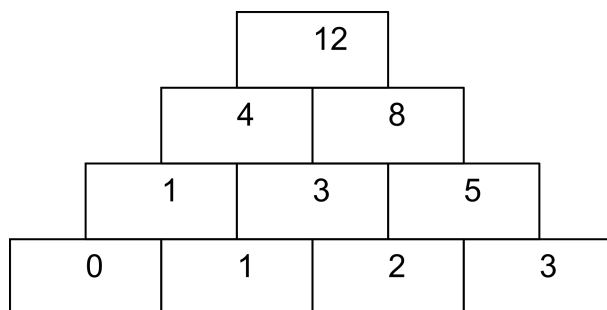
(egyenként 4-4 egységnégyzetből álló) alakzatokra? Az alakzatok bármilyen irányba forgathatók!

(Javasolta: Papp Ágoston)

3. feladat. Egy négyzet szerkesztéséhez meg van adva a négyzet egyik csúcsa és ezt a csúcsot nem tartalmazó két oldalegyenesének egy-egy pontja. Hogyan kell felvenni a két pontot, hogy a szerkesztési feladatnak végtelen sok megoldása legyen?

(Javasolta: Kovács Zoltán)

4. feladat. Egy n szintes számpiramis alsó sorába beírjuk a természetes számokat 0-tól $n - 1$ -ig. A piramis egy sorának (a másodiktól kezdve) egy elemét az alatta levő sor két vele szomszédos elemének összegeként kapjuk meg. Az ábra egy négy szintes piramist ábrázol. Mennyi az n szintes piramis k -adik sorában lévő elemek összege? ($1 \leq k \leq n$)



(Javasolta: Kovács Zoltán)

Maróthi György Emlékverseny, 2022. október 28. – november 30.

– Feladatsor –

5. feladat. Legyenek a, b, c olyan pozitív valós számok, amelyekre $a + b + c = 3$ teljesül. Mutassa meg, hogy ekkor

$$(a + b + 1)(a + c + 1)(b + c + 1) \geq 27abc.$$

(Javasolta: Lovas Rezső)

6. feladat. Egy szöcske ugrál az \mathbb{R}^2 sík egész koordinátájú pontjain. A $(0, 0)$ pontból indul, és minden lépésben az $(1, 0)$, $(0, 1)$, $(-1, 0)$ vektorok valamelyikével változtatja helyét, amelyeket egyenlő valószínűséggel választ, és minden lépésben a korábbiaktól függetlenül. Mennyi a valószínűsége, hogy az első hat lépésben egyszer sem ugrik olyan pontra, ahol korábban már járt?

(Javasolta: Lovas Rezső)

Minden feladat 5 pontot ér; a sorrend nem feltétlenül tükrözi a feladatok nehézségét.